



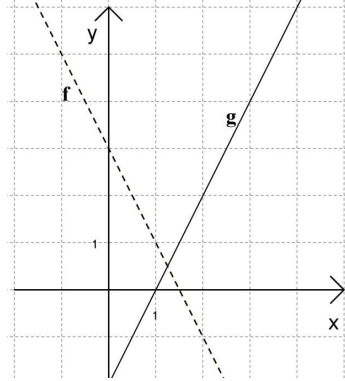
Quesito 5

Conviene rappresentare il grafico di f e lavorare sul disegno.

Ci si aspetta che lo studente sappia che tale grafico deve essere una retta e che lo sappia tracciare in un tempo ragionevolmente breve.

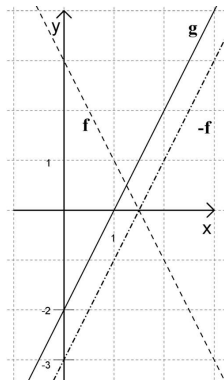
In particolare deve essere in grado di dedurre direttamente dall'espressione analitica di f che la retta interseca l'asse y nel punto di coordinate $(0, 3)$ e che ha pendenza -2 .

Ecco il grafico di f , rappresentato con il tratteggio in figura.



A questo punto ci si aspetta che lo studente veda subito che il grafico di g non può coincidere con quelli delle funzioni $f + 1$ e $f - 1$, dato che questi due si ottengono mediante *traslazioni* del grafico di f .

Rimangono ancora in gioco le due opzioni $-f + 1$ e $-f - 1$. Per individuare quale tra esse è l'alternativa corretta, rappresentiamo prima il grafico della funzione $-f$: esso è il *simmetrico* del grafico di f rispetto all'asse x .



Lo studente dovrebbe essere ora in grado di concludere che grafico di g coincide con quello della funzione $-f + 1$.



Un approccio per punti

Per individuare l'unica alternativa corretta si può anche seguire un approccio diverso: si calcola il valore delle funzioni $f + 1$, $f - 1$, $-f + 1$, $-f - 1$ nel punto $x = 0$, o in un altro a scelta.

Ad esempio, si ha $(f + 1)(0) = -2 \cdot 0 + 3 + 1 = 4$.

La funzione corretta è quella il cui valore in 0 coincide con $g(0)$, ossia -2 .

Naturalmente si può anche seguire un approccio misto, che consiste nell'escludere in prima battuta le funzioni $f + 1$ e $f - 1$, seguendo le modalità indicate nella prima risoluzione proposta. Per decidere invece tra le due alternative rimanenti, si può calcolare esplicitamente il valore di tali funzioni in un punto opportuno, come appena illustrato.

E se non si tiene conto delle alternative di risposta?

In tal caso, una volta tracciato il grafico di f , dobbiamo individuare la trasformazione geometrica che consente di ottenere il grafico di g .

Ad esempio, confrontando le pendenze di f e g , dovremmo osservare che potrebbe essere coinvolta una *simmetria* del grafico di f rispetto all'asse x .

Entra così in gioco la funzione $-f$, il cui grafico è rappresentato nella seconda figura del commento principale al quesito.

A questo punto si dovrebbe rapidamente concludere che per ottenere il grafico di g basta *traslare* il grafico di $-f$ lungo l'asse y , con intensità 1.

Pertanto il grafico di g è il grafico della funzione $-f + 1$.

Un controllo algebrico

Volendo possiamo *controllare* algebricamente il risultato.

Infatti, facendo ricorso all'espressione analitica di f , si ha per ogni x :

$$-f(x) + 1 = -(-2x + 3) + 1 = 2x - 2 = g(x).$$