Quesito 21

Le varie opzioni prevedono l'acquisto di *differenti* quantità dello stesso prodotto. Come confrontare allora la loro convenienza?

Un'idea è quella di assumere che tutti i prodotti di una data offerta abbiano lo stesso prezzo e, per ogni offerta, calcolare il prezzo finale del *singolo* prodotto. Per semplicità supponiamo inoltre che il prodotto, prima dello sconto, sia messo in vendità al prezzo 1 (in una qualche moneta).

- Offerta A. Si pagano solo 2 prodotti su 3. Quindi ogni prodotto acquistato viene a costare $\frac{2}{3}$, ossia $0,666\ldots$
- L'offerta B prevede invece che il prezzo si riduca *al* 70% di quello iniziale, ossia a $0,7$.
- Offerta C. Si pagano 5 prodotti su 7. Quindi ognuno di essi costa $\frac{5}{7}$.
  Iniziando ad eseguire la divisione $5:7$, si trova che le prime cifre del quoziente sono $0,7\ldots$ Dunque
  $$\frac{5}{7} > 0,7.$$
  E quindi tale offerta non può essere la più vantaggiosa.
- Offerta D. Lo sconto del 20%, comporta la riduzione del prezzo all'80% del valore iniziale, ossia a $0,8$. L'ulteriore sconto del 15% porta poi il prezzo finale a
  $$0,8 - \frac{15}{100} \cdot 0,8 = 0,85 \cdot 0,8.$$
  Abbiamo così visto che una diminuzione del 15% si traduce in una *moltiplicazione* per $0,85$.
  Per effetto dei due ribassi, il prezzo finale è pertanto:
  $$0,85 \cdot 0,8 = 0,68.$$

In definitiva, la A è l'offerta più vantaggiosa.

Valutazione di una frazione

Per valutare il numero rappresentato da $\frac{5}{7}$ si può anche osservare che

$$\frac{5}{7} = \frac{35}{49} = \frac{70}{98} > \frac{70}{100} = 0,7.$$

Oppure anche

$$\frac{5}{7} = \frac{50}{7} \cdot \frac{1}{10} = \left(7 + \frac{1}{7}\right) \cdot \frac{1}{10} > 7 \cdot \frac{1}{10} = 0,7$$

Quindi

$$\frac{5}{7} > 0,7.$$

Variazione percentuale: dal modello additivo a quello moltiplicativo

Dire che una grandezza P *aumenta*, ad esempio del $3,\%$ significa che P diventa

$$P + \frac{3}{100}P = 1,03P.$$

Come si vede, l'effetto è stato quello di *moltiplicare* P per il fattore $1,03$.

Analogamente, dire che P *diminuisce* della percentuale $a\%$ significa che si *moltiplica* P per il fattore $\frac{100-a}{100}$.

È conveniente pensare in termini di moltiplicazioni, o in altre parole, secondo un modello moltiplicativo. In particolare nelle situazioni in cui compaiono percentuali iterate.

Un esempio di ciò è il caso di uno sconto del 6% sul prezzo P e di un successivo rialzo del 6%. Seguendo il tipo di approccio ora discusso, si dovrebbe ricavare rapidamente il prezzo finale

$$0,94 \cdot 1,06 \cdot P.$$

Non solo. Se si inverte l'ordine dei due fattori numerici nella formula si può subito dedurre che il prezzo finale rimane lo stesso anche se prima si applica il rialzo e poi lo sconto.

Esaminiamo un altro esempio. Una popolazione cresce del 3% ogni anno, rispetto alla quantità di individui presenti ad inizio anno. Se all'inizio la quantità di individui è A, rispetto ad opportune unità di misura, allora dopo un anno è $1,03A$, dopo due anni $1,03 \cdot 1,03A$; e, fissato un qualsiasi numero naturale n, dopo n anni è $1,03^n A$.