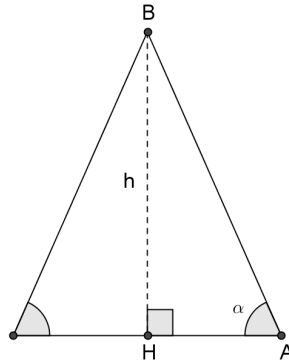




Quesito 18

Il quesito richiede di esprimere il perimetro del triangolo isoscele in termini delle funzioni *trigonometriche* dell'angolo α .

Pertanto consideriamo uno dei due triangoli *rettangoli* in cui l'altezza h divide il triangolo isoscele. Ad esempio, il triangolo AHB .



E relativamente ad esso esplicitiamo le definizioni delle funzioni trigonometriche dell'angolo α :

$$\tan \alpha = \frac{\overline{HB}}{\overline{HA}} \quad \sin \alpha = \frac{\overline{HB}}{\overline{AB}} \quad \cos \alpha = \frac{\overline{HA}}{\overline{AB}}.$$

Prima di procedere con il calcolo osserviamo che per determinare il perimetro richiesto basta esprimere le lunghezze \overline{HA} ed \overline{AB} in funzione delle misure note di h ed α . Infatti, per la simmetria del triangolo isoscele, la somma di tali lunghezze è uguale alla metà del perimetro.

Manipoliamo allora *in vista di tali obiettivi* le uguaglianze appena scritte, ottenendo:

$$\overline{HA} = \frac{1}{\tan \alpha} \quad \text{e} \quad \overline{AB} = \frac{1}{\sin \alpha}.$$

E concludiamo così che il perimetro del triangolo isoscele è

$$2(\overline{HA} + \overline{AB}) = 2 \left(\frac{1}{\tan \alpha} + \frac{1}{\sin \alpha} \right).$$



Seno, coseno e tangente di angoli acuti

Dato un triangolo rettangolo ed un suo angolo acuto γ ,

- $\tan \gamma$ è il rapporto tra le lunghezze del cateto opposto all'angolo γ e del cateto adiacente
- $\sin \gamma$ è il rapporto tra le lunghezze del cateto opposto all'angolo γ e dell'ipotenusa
- $\cos \gamma$ è il rapporto tra le lunghezze del cateto adiacente all'angolo γ e dell'ipotenusa.

E' opportuno che lo studente disponga di una rappresentazione mentale delle definizioni di seno, coseno, tangente per angoli acuti che sia analoga a quella ora indicata. Una rappresentazione che preceda la formalizzazione con le lettere e non che la segua.

Ed è altrettanto importante che sappia leggere tali definizioni *direttamente* nel triangolo su cui sta operando.

Trigonometria e scomposizione in triangoli rettangoli

Per affrontare il quesito conviene cercare di scomporre la figura in opportuni triangoli *rettangoli*. Infatti in tale tipo di triangoli si possono ricavare misure di lati e angoli, semplicemente ricorrendo alla definizione delle funzioni goniometriche per angoli acuti.

Nel triangolo rettangolo AHB sono note le misure di un lato e di un angolo acuto. Possiamo allora stabilire *a priori* che si hanno tutte le informazioni per ricavare le misure degli altri elementi, lati ed angoli; cioè *prima* ancora di elaborare una strategia per farlo.

Un'analisi di questo tipo può risultare utile soprattutto quando si ha a che fare con figure complesse, che ammettono più scomposizioni in triangoli: dire a priori se si possono determinare le misure dei lati e degli angoli di un dato triangolo, consente di risparmiare tempo e controllare la situazione.