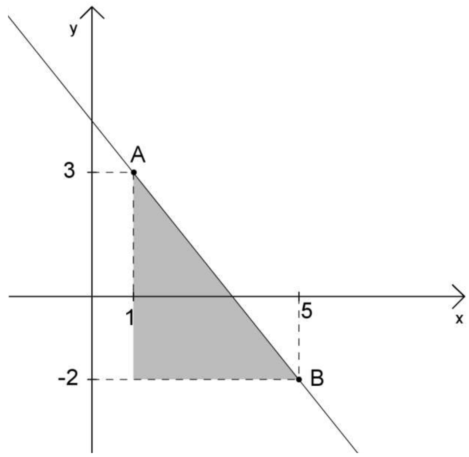
Quesito 13

Conviene fare un disegno. Rappresentiamo i punti A e B come in figura e tracciamo la retta r passante per essi.



Ci proponiamo innanzittutto di *costruire* l'equazione della retta r.
Per farlo possiamo pensare di partire dal punto $B(x_B, y_B)$ di r e sfruttare il significato geometrico di pendenza p di una retta, ottenendo così la formula

$$y = y_B + p(x - x_B).$$

Ora, le coordinate di B sono note per ipotesi: B è il punto di coordinate $(5, -2)$.
Resta da determinare p: ci riferieamo allora al triangolo ombreggiato in figura, i cui cateti hanno lunghezza 5 e 4. Da ciò deduciamo che la pendenza della retta è

$$p = -\frac{5}{4}.$$

Abbiamo così tutti gli elementi necessari per scrivere l'equazione:

$$y = -2 - \frac{5}{4}(x - 5).$$

Ora, la retta r interseca l'asse y nel punto di ascissa $x = 0$. Concludiamo quindi che l'ordinata di tale punto è

$$y = -2 - \frac{5}{4}(0 - 5) = \frac{17}{4}.$$

La scelta del punto, il calcolo della pendenza

Per ricavare l'equazione della retta si può sfruttare invece il passaggio per il punto A. Naturalmente si ottiene la medesima equazione per r.

Inoltre, per calcolare la pendenza di r, si possono sostituire le coordinate dei punti A e B direttamente nella formula

$$p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}.$$

Se lo studente opta per tale approccio, dovrebbe anche avvertire il bisogno di effettuare previsioni sui risultati e di controllare il calcolo. E riconoscere che un modo per farlo è quello di riferirsi alla figura iniziale.

L'equazione della retta: si ricava o si costruisce?

L'equazione della retta r si può ricavare anche in modo diverso da quello proposto. Ad esempio, si può osservare che una retta non parallela all'asse y ha equazione della forma

$$y = ax + b.$$

I parametri a e b si determinano imponendo l'appartenenza del punto A e del punto B ad r :

$$3 = 1 \cdot a + b$$

$$-2 = 5 \cdot a + b.$$

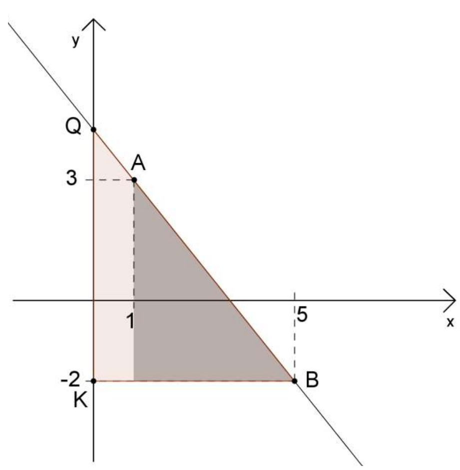
E queste due equazioni costituiscono un sistema lineare nelle due incognite a e b, che si risolve con le tecniche ben note.

Tale approccio rimane però confinato essenzialmente in ambito algebrico. Invece la strategia che abbiamo adottato per risolvere il quesito sfrutta anche la potenza e l'espressività del punto di vista geometrico. Permette di effettuare previsioni sui risultati e di controllare il calcolo facendo *direttamente* riferimento alla figura.

È solo una questione di pendenza

Per trovare l'ordinata richiesta, dopo aver stabilito che la pendenza $p = -\frac{5}{4}$, possiamo seguire un approccio più diretto.

Consideriamo il triangolo rettangolo KBQ in figura



E leggiamo su tale triangolo la definizione di pendenza come rapporto tra le lunghezze dei cateti:

$$p = -\frac{\overline{QK}}{\overline{KB}} = -\frac{5}{4}.$$

Da qui si ricava subito $\overline{QK}$, dato che $\overline{KB} = 5$. E quindi l'ordinata y_Q richiesta.